

УДК 303.094.5:330.133.2:330.133.7

DOI: <https://doi.org/10.32782/2304-0920/1-80-39>

**Поздняков Ю. В.**

Українське товариство оцінювачів

**Скибінська З. М.**

Національний університет «Львівська політехніка»

**Гринів Т. Т.**

Національний університет «Львівська політехніка»

## АНАЛІТИЧНЕ ОБРУНТУВАННЯ МЕТОДИКИ РОЗРАХУНКУ ПОКАЗНИКІВ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ РЕЗУЛЬТАТУ НЕЗАЛЕЖНОЇ ОЦІНКИ ВАРТОСТІ АКТИВІВ

Досліджено математичні засади методики кількісного визначення ступеня невизначеності результатів оцінки вартості активів, що базується на основі класичного метрологічного підходу до виконання серії багаторазових незалежних економічних вимірювань із подальшою статистичною обробкою отриманої низки результатів. Показано, що запропоновану математичну модель можна розглядати як групову міру вартості об'єкта оцінки, яка відтворює вимірюване значення цієї вартості з певним статистичним розсіюванням подинних оцінок у серії вимірювань. Приведено аналітичні вирази для обґрунтування методики, які є доказом можливості зниження впливу випадкового складника похибки результату економічних вимірювань. Доведено, що усереднене значення низки подинних оцінок у серії характеризується вищою точністю порівняно з точністю результатів окремих вимірювань серії.

**Ключові слова:** економетрика, незалежна експертна оцінка, невизначеність результату оцінки, точність оцінки, похибка оцінки, багаторазові непрямі вимірювання.

**Постановка проблеми.** Загальновідомим фактом є високий ступінь суб'єктивності висновків прикладної економетрики, за якого оцінки та прогнози, виконані двома спеціалістами навіть з однаковим рівнем теоретичної підготовки, будуть відрізнятися [1, с. 28]. У галузі прикладної економетрики, зокрема економічних вимірювань, що виконуються методами незалежної експертної оцінки вартості активів, до цього часу зберігається доволі парадоксальна ситуація, коли вимірювання здійснюються без визначення кількісних показників невизначеності їх результату. Цим економічні вимірювання кардинально відрізняються від вимірювань усіх інших величин, для яких кількісна оцінка ступеня невизначеності результату поряд з оцінкою значення вимірюваної величини вважається обов'язковою. Кількісна інформація про невизначеність цієї оцінки є конче необхідною під час установлення ступеня її придатності для вирішення поставленого завдання. Невизначеність результату вимірювань – це основне поняття, пов'язане з виконанням будь-яких вимірювань, зокрема й економічних. Воно має використовуватися для професійного ухвалення рішень, а також для оцінювання властивостей виконаних вимірювань у багатьох як теоретичних, так і експериментальних галузях. Невизначеність результату вимірювань відіграє центральну роль в оцінці якості та встановленні її стандартів [2, с. 1].

Нині чинна нормативно-законодавча база незалежної оцінки не вимагає від оцінювача визначення похибки отриманого результату і не нормує її допустимих границь. Власне, наслідком цього й є ситуація, коли під час проведення оціночних робіт отримуються результати з невстановленим ступенем їх невизначеності, невідомими показниками точності та достовірності. Національні стандарти оцінки оперують виключно поняттям достовірності оцінки, жодним чином не визначаючи методик її об'єктивного визначення. Саме тому до цього часу рівень достовірності результатів оціночних робіт визначається лише непрямыми методами, а саме шляхом перевірки виконання формальних вимог чинних документів нормативно-законодавчої бази незалежної оцінки. Це, з одного боку, залишає великий простір для упе-

реджених і суб'єктивних суджень рецензентів, які іноді користуються можливостями довільної інтерпретації вимог цих документів, а з іншого – існуюча ситуація дає можливість оцінювачам отримати результат із практично довільною точністю, яка може бути наскільки завгодно низькою. І цей факт не може бути об'єктивно встановлений, якщо рецензентом не будуть виявлені явні порушення вимог нормативних документів. Основною причиною цього є брак відповідних методологічних розробок у галузі оцінки рівня невизначеності результату оціночних робіт та кількісних показників їх точності. Оскільки завдання кількісної оцінки ступеня невизначеності результатів економічних вимірювань, що здійснюються методами незалежної оцінки вартості майна, до цього часу залишається не вирішеним у загальному вигляді, актуальними питаннями є обґрунтування математичних засад і розроблення методики отримання об'єктивних показників точності та достовірності цих результатів.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У галузі прикладної економетрики, що розглядає виконання економічних вимірювань вартості методами незалежної оцінки, експерти-оцінювачі оперують моделями формування вартості оцінюваних активів на підставі аналізу й обробки даних ринкової інформації. Фактично результатом подинної експертної оцінки є особисте професійне судження експерта, яке з погляду метрології можна розглядати як крапкове виміряне значення величини. Вимірювана величина (measurand) визначається як величина, що підлягає виміру, при цьому її детальний опис вимагає знання роду величини, опису явища, тіла або речовини, яким властива ця величина, включаючи будь-які істотні складники. У Міжнародному словнику основних і загальних термінів метрології (VIM – 93) застосовано поняття «вимірювана величина», що розкривається як «характерна ознака явища, тіла або речовини, яка може бути виділена якісно і визначена кількісно». Відповідно до визначення, виміряне значення величини – це значення величини, яке представляє результат виміру. При цьому для багаторазових вимірів, в яких мають місце повторні покази, кожний із цих показів

може використовуватися, щоб отримати відповідне вимірне значення величини. Така сукупність окремих вимірних значень величини може бути використана для обчислення результуючого її значення, такого як середнє арифметичне або медіана, яке зазвичай відоме з меншою невизначеністю. Коли діапазон істинних значень величини, що представляють вимірювану величину, малий порівняно з невизначеністю вимірів, вимірне значення величини може розглядатися як оцінка єдиного істинного значення величини, і воно часто являє собою середнє арифметичне або медіану ряду окремих вимірних значень, що отримані під час повторних багаторазових вимірів. У разі коли діапазон істинних значень величини, що представляють вимірювану величину, не можна вважати малим порівняно з невизначеністю вимірів, вимірне значення часто буде оцінкою середнього арифметичного або медіани набору істинних значень величини [3, с. 26]. Подані вище визначення у застосуванні до виконання економічних вимірювань слід розглядати як пряму вказівку на можливість використання результатів багаторазових вимірювань як вимірюваного значення величини, точність якого є гарантовано вищою порівняно з точністю окремого поодиночого вимірювання. Достатньо висока точність вимірювань гарантує достовірність результатів дослідження і має велике значення як у прикладній, так і науковій сферах діяльності. На практиці існує декілька способів підвищення точності вимірів: збільшення точності засобів вимірювань, удосконалення методів вимірювань і, якщо можливо, збільшення числа вимірювань [4, с. 3].

Звідси можемо зробити два прямі висновки. По-перше, вартість будь-якого активу, що розглядається як об'єкт оцінки, відповідає метрологічному визначенню вимірюваної величини [3, с. 26], адже поняття вартості є іманентною ознакою оцінюваного активу, і вартість може розглядатися як невід'ємний атрибут цього матеріального чи нематеріального активу, може бути виділена якісно і визначена кількісно. По-друге, серед названих вище небагатьох способів підвищення точності результатів вимірювань можливими для застосування у прикладній економіці видаються лише способи вдосконалення методів вимірювань та виконання багаторазових вимірювань. Із цілком зрозумілих причин способів підвищення точності засобів вимірювань у розглянутому випадку не може бути застосований, адже у галузі незалежної оцінки функції відбору, перетворення, обробки інформації, притаманні інструментальним засобам вимірювання фізичних величин, виконуються самими оцінювачами. Хіба що, абстрагуючись від конкретних реалій оціночної практики, розглянути процес виконання економічних вимірювань у філософському контексті й уважати заходи з підвищення кваліфікації оцінювачів специфічним способом підвищення точності засобів вимірювань.

Щодо способу вдосконалення методів вимірювань, то він видається доволі перспективним, адже методологічна база незалежної оцінки продовжує розвиватися та вдосконалюватися. Певні обмеження накладаються діючими національними та міжнародними стандартами оцінки, що передбачають обмежений перелік методичних підходів, але особливості виконання окремих оціночних процедур не завжди прописані достатньо деталізовано. У всякому разі, жоден із чинних документів нормативно-законодавчої бази оцінки не забороняє виконання багаторазових вимірювань об'єкта оцінки.

не виконання багаторазових вимірювань вартості об'єкта оцінки.

Це відкриває можливість застосування ймовірного підходу до визначення значення вимірюваної величини, придатного для розрахунку оцінки похибки результату вимірювань. У [5, с. 415] було запропоновано вважати оцінку математичного сподівання ряду – усереднене значення результатів серії однорідних рівноточних вимірювань вартості активів – опорним дійсним значенням вимірюваної величини для визначення систематичної похибки оціночних робіт. У такому разі вплив випадкового складника похибки поодиночих вимірювань завдяки обробці більшого масиву даних буде суттєво зменшений. Якщо значення вартості об'єкта оцінки буде багаторазово встановлене за однакових умов, на одну і ту ж саму дату групою незалежно діючих оцінювачів, результати цих оціночних робіт можна буде розглядати як дані, отримані під час багаторазових незалежних рівноточних економічних вимірювань. Отриману таким чином математичну модель доцільно розглядати як групу вартості об'єкта оцінки, що відтворює вимірюване значення цієї вартості через низку оцінок у отриманій серії вимірювань.

**Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми.** Не вирішеною раніше частиною проблеми є визначення та математичне обґрунтування методичних засад кількісного виміру ступеня невизначеності економічних вимірювань, що здійснюються методами незалежної експертної оцінки вартості активів. Необхідність опрацювання методологічних підходів до встановлення об'єктивних критеріїв ступеня невизначеності оціночних робіт зумовлена потребою виключення суб'єктивного складника під час установаження їхньої якості, зниження впливу особистих переконань та упереджень оцінювачів, рецензентів, користувачів оцінки.

**Мета статті.** Головною метою цієї роботи є дослідження математичних засад, на яких може бути побудована методика кількісного встановлення показника ступеня невизначеності результату оцінки вартості активів; обґрунтування методичного підходу до визначення кількісних значень цього показника у вигляді оцінки похибки результату оцінки на етапі виконання оціночних робіт; доказ можливості отримання у такий спосіб об'єктивної кількісної оцінки ступеня невизначеності результату.

**Виклад основного матеріалу.** Теорія ймовірності називає випадковою таку подію, яка може статися або не статися з певною ймовірністю. Стосовно багаторазових вимірювань умовно постійної (на короткочасовому проміжку) величини вартості об'єкта оцінки можна стверджувати, що у кожному із серії поодиночих її вимірів в однакових умовах вплив розмаїтих випадкових факторів буде дещо іншим, включно із суб'єктивним впливом конкретного оцінювача та привнесеними ним у результат невизначеністю і відповідними похибками. Можливості отримання об'єктивної кількісної оцінки впливу цих факторів визначаються наявністю методики оцінки вірогідності їх появи у кожному випадку та встановлення ступеня їхнього впливу. Найбільш універсальним способом опису випадкових величин, а зокрема й результатів вимірювань та їх випадкових похибок, є визначення закону розподілу густини ймовірностей. Загалом законом розподілу густини ймовірностей випадкової величини називається співвідношення, що встановлює зв'язок між можливими значеннями цієї випадко-

вої величини та імовірністю, що відповідає появі цього значення [6, с. 15]. У метрологічній теорії та практиці існують методики, спеціально розроблені для порівняння точності методів вимірювань, зокрема метод порівняння дисперсій серій вимірювань, що дає змогу сформулювати умови їх рівноточності. Він ґрунтується на припущенні, що більшу точність вимірювань забезпечує той метод, для якого результати серії багаторазових вимірювань характеризуватимуться меншим розсіюванням [7, с. 145]. Під час виконання економічних вимірювань на їх результат впливає велика кількість факторів, які не піддаються точному визначенню та тим більше кількісній оцінці. Але якщо на процес вимірювань одночасно діють декілька впливаючих чинників, внесок кожного з яких є незначним порівняно із сумарною дією їхнього впливу на результат, то, згідно із центральною граничною теоремою теорії ймовірності, результат виміру досліджуваної величини підкоряється закону Гауса, або нормальному закону розподілу густини імовірностей.

Доведемо математично можливість використання для отримання дійсного значення вимірюваної величини вартості об'єкта оцінки кінцевого результату статистичної обробки серії вимірів цієї величини, яку ми вважаємо сталою на короткочасовому проміжку. Для цього запишемо систему рівнянь, що визначає низку результатів, отриманих під час застосування умовно рівноточних багаторазових вимірювань вартості. Будемо виходити із цілком очевидної передумови, що у загальному випадку кожен результат оціночних робіт обтяжений певним ступенем невизначеності, яка може бути кількісно описана систематичним і випадковим складниками загальної похибки. Тому фундаментальна система рівнянь під час застосування багаторазових економічних вимірювань вартості матиме такий вигляд:

$$\begin{cases} v_1 = x_1 + \Delta v_1 + \xi v_1; \\ v_2 = x_2 + \Delta v_2 + \xi v_2; \\ \dots \\ v_i = x_i + \Delta v_i + \xi v_i; \\ \dots \\ v_N = x_N + \Delta v_N + \xi v_N, \end{cases} \quad (1)$$

де:  $v_1, v_2, \dots, v_i, \dots, v_N$  – результати подинних вимірювань, чисельні значення вимірюваної вартості об'єкта оцінки, визначені на підставі даних 1, 2, ..., i, ..., N-го подинного вимірювання серії;

$x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N$  – чисельне значення істинної вартості об'єкта оцінки;

$\Delta v_1, \Delta v_2, \dots, \Delta v_i, \dots, \Delta v_N$  – чисельні значення систематичного складника абсолютної похибки вартості об'єкта оцінки під час виконання 1, 2, ..., i, ..., N-го подинного вимірювання серії;

$\xi v_1, \xi v_2, \dots, \xi v_i, \dots, \xi v_N$  – чисельні значення випадкового складника абсолютної похибки вартості об'єкта оцінки під час виконання 1, 2, ..., i, ..., N-го подинного вимірювання серії;

$i = 1 \dots N$  – кількість вимірювань у серії.

Варто пояснити, що під чисельними значеннями ряду істинної вартості  $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N$  об'єкта оцінки ми маємо на увазі ідеальне істинне значення  $x$  цього параметра, визначене з безмежно високою точністю, нульовою невизначеністю і, відповідно, нульовими систематичною та випадковою похибками. З цього випливає, що

$$x_1 = x_2 = \dots = x_i = \dots = x_N = x. \quad (2)$$

Передбачається, що масив даних  $i = 1 \dots N$  вимірювань у серії формується шляхом виконання оціночних робіт того ж самого об'єкта оцінки на одну і ту ж саму дату оцінки групою оцінювачів приблизно однакової кваліфікації, які діють незалежно. Тоді висновки цих оціночних робіт можна буде розглядати як результати багаторазових незалежних умовно рівноточних економічних вимірювань, до яких може бути застосована статистична методика обробки на основі ймовірнісного підходу. Відповідно до цієї передумови, під чисельними значеннями вимірюваної вартості  $v_1, v_2, \dots, v_i, \dots, v_N$  об'єкта оцінки, використаним у моделі для 1, 2, ..., i, ..., N-го вимірювань у серії, ми маємо на увазі отримані окремими оцінювачами групи результати виконання оціночних робіт. Згідно із запропонованою методикою, кожному оцінювачеві групи відоме лише одне отримане ним чисельне значення вартості об'єкта оцінки, яке він визначив під час виконання оцінки із властивими цьому виміру рівнем невизначеності та похибками. Уся сукупність ряду значень вимірюваної вартості  $v_1, v_2, \dots, v_i, \dots, v_N$  після завершення серії оціночних робіт є відомою рецензентові, який виконує подальші процедури статистичної обробки незалежно від отриманих даних. Істинне значення  $x$  вимірюваного параметра, а також і значення систематичної та випадкової похибок під час виконання кожного 1, 2, ..., i, ..., N-го подинного вимірювання серії є невідомими ні оцінювачам, ні рецензенту. Розмір похибок іноді може бути лише дуже наближено кількісно оцінений непрямыми методами, але істинне значення вартості об'єкта оцінки залишається, строго кажучи, невідомим. Неможливість визначення абсолютно точного істинного значення вартості  $x$  зумовлена базовими положеннями теорії інформації. Адже для отримання істинного значення будь-яких вимірювань необхідна безмежно велика кількість інформації, яка може бути оброблена протягом безмежно великого проміжку часу. Натомість замість істинного значення  $x$  після завершення процедури статистичної обробки отриманих даних багаторазових вимірювань рецензентові стає доступним дійсне значення  $x_d$  вимірюваного параметра. Дійсне значення  $x_d$  є більш точним наближенням до істинного значення  $x$ , яке завжди залишається невідомим, аніж будь-який із результатів ряду  $v_1, v_2, \dots, v_i, \dots, v_N$  подинних вимірювань серії.

Як було показано вище, вимірювання можна вважати повноцінно завершеним, якщо кількісно визначено не лише значення вимірюваної величини, а й ступінь його невизначеності – можливу міру його відхилення від істинного значення. Під абсолютною похибкою результату вимірювання розуміють відхилення результату від істинного значення вимірюваної величини. Оскільки істинне значення  $x$  вимірюваної величини невідоме, його використовують тільки в теоретичному аналізі як модельне значення, що ідеальним чином, із нульовою невизначеністю, характеризує в кількісному й якісному відношенні вимірювану властивість об'єкта. На практиці замість істинного  $x$  використовується дійсне значення величини  $x_d$ , під яким розуміють значення величини, отримане експериментальним шляхом і настільки близьке до істинного значення, що в поставленому вимірювальному завданні може бути використано замість істинного [4, с. 5]. Для дослідження характеристик центру групування ряду  $v_1, v_2, \dots, v_i, \dots, v_N$  значень вимірюваної вартості об'єкта оцінки, визначених на підставі даних 1, 2, ...,

$i$ , ...,  $N$ -го подинного вимірювання серії, використаємо класичну метрологічну методику визначення усереднених показників вибірки. Оцінки параметрів центру групування через усереднені величини вибірки дають узагальнену характеристику сукупності за її варіативною ознакою та показують типовий для даного усередненого показника рівень цієї ознаки. Найбільш поширеними усереднюючими характеристиками для варіаційних рядів є середнє арифметичне, медіана і мода. Вони розраховуються залежно від того, який варіаційний ряд ми маємо – дискретний чи інтервальний. Оскільки у розглянутому випадку досліджується дискретний ряд, визначимо його вибіркоче середньоарифметичне значення як оцінку математичного сподівання. Ця оцінка дає узагальнену характеристику центру сукупності за варіативною ознакою й обчислюється за формулою:

$$\bar{v} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i, \quad (3)$$

де  $N$  – кількість членів інтервального ряду досліджуваної вибірки;

$\bar{v}$  – оцінка математичного сподівання досліджуваної вибірки.

Визначена у такий спосіб оцінка математичного сподівання називається першим початковим центральним моментом розподілу. Попередньо обчислена оцінка математичного сподівання, або вибіркового середнього, відносно якого й розраховуються відхилення членів ряду, надалі використовуються для розрахунку оцінок дисперсії та середньоквадратичного відхилення ряду.

Ураховуючи (1), праву частину рівняння (3) можна записати у вигляді:

$$\bar{v} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i + \Delta v_i + \xi v_i). \quad (4)$$

Сформульоване вище припущення про рівноточність багаторазових економічних вимірювань у досліджуваному випадку передбачає умову однаковості, у першому наближенні, систематичного складника  $\Delta v_1, \Delta v_2, \dots, \Delta v_i, \dots, \Delta v_N$  абсолютної похибки результатів вимірювання вартості об'єкта оцінки під час виконання 1, 2, ...,  $i$ , ...,  $N$ -го подинного вимірювання серії:

$$\Delta v_1 = \Delta v_2 = \dots = \Delta v_i = \dots = \Delta v_N = \Delta v. \quad (5)$$

Тобто закладається, що варіативність ряду  $v_1, v_2, \dots, v_i, \dots, v_N$  результатів під час виконання усіх подинних вимірювань серії спричинена лише впливом випадкового складника абсолютної похибки вартості об'єкта оцінки. Тоді, приймаючи до уваги цю умову (5) і попередньо сформульовану умову (2), вираз (4) може бути представлений у вигляді:

$$\bar{v} = x + \Delta v + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi v_i. \quad (6)$$

Інтерпретуючи отримане рівняння (6), маємо зазначити, що воно віддзеркалює математично незаперечний факт залежності математичного сподівання ряду результатів серії вимірювань від усередненого випадкового складника абсолютної похибки, яка у межах серії може бути знакозмінною, істинного значення  $x$  вимірюваного параметра, що є сталим, та систематичного складника  $\Delta v$  абсолютної похибки ряду результатів вимірювання вартості серії, яка також вважається сталою, за прийнятих вище припущень.

Поряд із характеристиками центру групування велике теоретичне та практичне значення мають характеристики відхилень від центру групу-

вання. Для дослідження характеристик відхилень від центру групування визначаються показники дисперсії, середньоквадратичного відхилення та варіації вибірки. Під час аналізу відхилень від усереднених показників вибірки інтерес становлять не лише окремі екстремальні відхилення, а й сукупності всіх відхилень. Дисперсія є другим центральним моментом випадкової величини і характеризує потужність розсіювання її окремих значень відносно центру розподілу. Для отримання більш наочного показника розсіювання користуються його діючим значенням, яке визначається як квадратний корінь із дисперсії і називається середньоквадратичним відхиленням  $\sigma(\bar{v})$  [8, с. 38]. Для оцінки дисперсії ряду вибірки використаємо показник оцінки її вибіркової дисперсії:

$$D(\bar{v}) = \sigma^2(\bar{v}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (v_i - \bar{v})^2. \quad (7)$$

Зауважимо, що оцінка показника дисперсії задовольняє критерію повноти врахування відхилень окремих вимірювань, оскільки базується на визначенні суми квадратів відхилень. Чисельне значення суми квадратів відхилень порівняно із сумою відхилень надає екстремальним відхиленням ряду значно більшу питому вагу, оскільки вони підносяться до квадрату. Коли потрібно врахувати не лише величину будь-яких відхилень, а й власне великі відхилення, тоді потрібно аналізувати або оптимізувати досліджувану вибірку саме за показником суми квадратів відхилень, яка має бути мінімізована.

Показник оцінки вибіркової дисперсії зазвичай є зміщеним, що досить суттєво проявляється у разі використання вибірок невеликого обсягу, який ми маємо у більшості економічних вимірювань. Тому для обсягів вибірки  $N < 100$  може бути використана виправлена вибіркова дисперсія, в якій зміщення усунуто. Показник оцінки виправленої вибіркової дисперсії визначається за формулою:

$$D_e(\bar{v}) = \sigma_e^2(\bar{v}) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (v_i - \bar{v})^2. \quad (8)$$

Підставляючи отримане вище рівняння (6) у формулу (7) дисперсії ряду результатів подинних вимірювань, отримаємо:

$$D(\bar{v}) = \sigma^2(\bar{v}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[ v_i - \left( x + \Delta v + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi v_i \right) \right]^2. \quad (9)$$

Ураховуючи, що у межах серії економічних вимірювань множник  $1/N$ , істинне значення  $x$  вимірюваного параметра та значення  $\Delta v$  систематичного складника абсолютної похибки ряду результатів вважаються сталими величинами, їх дисперсії є нульовими, і тоді рівняння (9) приймає вигляд:

$$D(\bar{v}) = \sigma^2(\bar{v}) = \frac{1}{N^2} D \left( \sum_{i=1}^N \xi v_i \right). \quad (10)$$

Чисельні значення  $\xi v_1, \xi v_2, \dots, \xi v_i, \dots, \xi v_N$  випадкового складника абсолютної похибки вартості об'єкта оцінки у правій частині (10) під час виконання усіх подинних вимірювань серії розглядаються як випадкові незалежні величини з дисперсіями  $\sigma^2(\xi v)$ . Тоді буде справедливим твердження:

$$D(\bar{v}) = \sigma^2(\bar{v}) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sigma^2(\xi v), \quad (11)$$

або після елементарних перетворень:

$$D(\bar{v}) = \sigma^2(\bar{v}) = \frac{N \sigma^2(\xi v)}{N^2}. \quad (12)$$

Виконавши скорочення у правій частині (12), отримаємо:

$$D(\bar{v}) = \sigma^2(\bar{v}) = \frac{\sigma^2(\xi v)}{N}. \quad (13)$$

Отриманий вираз (13) підтверджує, що дисперсія математичного сподівання ряду  $N$  результатів подинних вимірювань є у  $N$  разів меншою від дисперсії випадкового складника абсолютної похибки одного окремого виміру, якою, згідно з попередньо сформульованими висновками, виключно визначається дисперсія ряду  $v_1, v_2, \dots, v_1, \dots, v_N$  результатів подинних вимірювань серії. Тому на підставі (13) можна також сформулювати рівняння:

$$D(\bar{v}) = \frac{D(v_i)}{N}, \quad (14)$$

яке є математичним виразом цього важливого висновку.

Отримані вище співвідношення (13), (14) мають своє відображення також і в показниках середньоквадратичного відхилення. Стандартне, або середньоквадратичне, відхилення є показником того, наскільки широким є розкид окремих значень ряду даних відносно їх середнього значення, яке є центром розподілу густини імовірностей. У розглянутому тут випадку центром розподілу є стала величина – оцінка математичного сподівання ряду результатів подинних вимірювань. Середньоквадратичне відхилення, що є абсолютною мірою варіації ряду, може бути розраховане через вибіркву дисперсію як:

$$\sigma(\bar{v}) = \sqrt{D(\bar{v})} \quad (15)$$

або, з урахуванням (7):

$$\sigma(\bar{v}) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (v_i - \bar{v})^2}. \quad (16)$$

Підстановкою у (15) отриманого вище співвідношення (14) прийдемо до:

$$\sigma(\bar{v}) = \sqrt{\frac{D(v_i)}{N}} \quad (17)$$

або:

$$\sigma(\bar{v}) = \frac{(\xi v)}{\sqrt{N}}. \quad (18)$$

Математичний зміст отриманого рівняння (18) полягає у тому, що для випадку багаторазових рівноточних вимірювань, коли кінцевим результатом обробки результатів серії вимірювань ряду  $v_1, v_2, \dots, v_1, \dots, v_N$  значень вимірної вартості є центр розподілу густини їх імовірностей у вигляді оцінки математичного сподівання ряду результатів цих подинних вимірювань, середньоквадратичне відхилення отриманого у такий спосіб результату буде у  $\sqrt{N}$  разів меншим, ніж середньоквадратичне відхилення початкового ряду. Оскільки середньоквадратичне відхилення є абсолютною статистичною характеристикою потужності розсіювання результатів подинних вимірювань, тобто кількісною мірою варіації цього ряду, її зменшення у  $\sqrt{N}$  разів означає відповідне зменшення діапазону розкиду варіативної ознаки. Тобто ступінь впливу випадкового складника абсолютної похибки на отриманий після статистичної обробки серії вимірів результат відповідно знижується, а точність вимірювання зростає у  $\sqrt{N}$  разів. Власне, на цьому й ґрунтується принцип підвищення точності із застосуванням багаторазових рівноточних вимірювань, який без будь-яких обмежень може

бути застосований в оціночній практиці для отримання опорного дійсного значення  $x_d$  вимірюваного параметра, яке є більш точним наближенням до істинного значення  $x$ , аніж будь-який із результатів ряду серії подинних вимірювань. Подане вище математичне обґрунтування дає можливість отримати оцінку ступеня невизначеності економічних вимірювань у вигляді оцінки абсолютної похибки  $\Delta v_{pz}$  результату  $v_{pz}$  рецензованого звіту:

$$\Delta v_{pz} = v_{pz} - \bar{v}. \quad (19)$$

Перевагою цього методу є те, що за усереднення результатів багаторазових рівноточних вимірювань суттєво зменшуються усі випадкові складники похибки незалежно від джерел їх походження. При цьому вирази (14), (18) виконуються для будь-якого закону розподілу густини ймовірностей та будь-якої кількості вимірювань у серії за умов визначеності показника дисперсії та незалежності випадкових похибок подинних вимірювань [8, с. 123].

**Висновки і пропозиції.** Розглянута математична модель серії багаторазових вимірювань вартості з погляду метрології являє собою групу міру вартості об'єкта оцінки у вигляді ряду умовно рівноточних показників, яка відтворює вимірюване значення цієї вартості з певним статистичним розсіюванням подинних оцінок у цій серії вимірювань. Вище показано, що на основі цієї моделі можна отримати кількісну оцінку ступеня невизначеності результату економічних вимірювань, які виконуються методами незалежної оцінки вартості, використовуючи як опорне дійсне значення вартості усереднене значення серії результатів вимірювань. Доведено, що таке усереднене значення характеризується вищою точністю порівняно з точністю результатів окремих вимірювань серії.

Можемо констатувати, що ні вітчизняна оціночна спільнота, ні користувачі оцінки на разі не готові до повного усвідомленого сприйняття концепції невизначеності результату економічних вимірювань, що виконуються методами незалежної оцінки вартості. При цьому передбачена стандартами оцінки форма представлення результатів оцінки не вимагає обов'язкового подання даних щодо ступеня невизначеності. Практика показує, що замовники оцінки у переважній більшості неспроможні сприйняти результат оцінки, виражений у вигляді довірчого інтервалу та довірчої імовірності, з якою вимірюване значення вартості знаходиться у межах цього інтервалу. Пересічний замовник, як правило, бажає отримати результат виключно у вигляді одного крапкового значення вартості й не цікавиться оцінкою ступеня невизначеності цього результату виконаних економічних вимірювань. Парадоксальним чином фахівці з банківської оцінки просто вимушені внутрішніми регламентними документами кредитно-фінансових установ представляти результати оціночних робіт у вигляді значення вартості, вираженого певним числом гривень і копійок, хоча як оцінювачі вони мають усвідомлювати, що така форма представлення результату є цілковито некоректною. Не може йтися про визначення вартості з точністю до копійки (як і до одиниць, десятків, сотень і так далі гривень), коли, наприклад, під час застосування порівняльного підходу використовуються вихідні дані, подані із заокругленням до 10 000 USD за об'єкт. Але поки що вітчизняна чинна нормативна база незалежної оцінки не вимагає подання у звітах кількісної оцінки сту-

пеня невизначеності отриманого результату, і здебільшого вона так і залишається невстановленою. Це іноді викликає цілковито абсурдні ситуації, коли внаслідок нерозуміння ймовірнісного характеру отриманих цінкових показників та реального рівня їх невизначеності і похибок некомпетентними користувачами оцінки безпідставно вибудовуються розрахунки фіктивних збитків, підставою для визначення яких є лише некоректно представлені результати економічних вимірювань із невстановленими характеристиками ступеня їх невизначеності.

Практичним результатом проведеного дослідження є реалізована можливість отримання об'єктивних кількісних показників ступеня невизначеності результатів економічних вимірювань, представлених у вигляді розрахункових оцінок їх похибок. Математичний доказ можливості і доцільності застосування результату, отриманого після завершення процедури статистичної обробки даних багаторазових вимірювань,

як дійсного значення вимірюваного параметра вартості відкриває практичну можливість використання цього показника для безпосереднього обчислення оцінки абсолютної похибки результату рецензованого звіту. Таким чином, ми позбуваємося впливу суб'єктивності рецензентів, які й донині вимушені ґрунтувати свої висновки щодо рівня достовірності результатів оціночних робіт лише на дотриманні формальних вимог документів нормативної бази. Перспективним напрямом подальших робіт у визначеному в роботі напрямі є розроблення придатної для практичного використання методики встановлення ступеня невизначеності результатів економічних вимірювань, її апробація та затвердження у встановленому порядку. Це дало б можливість поступового впровадження у практику виконання оціночних робіт концепції невизначеності отриманих результатів з об'єктивним кількісним визначенням її характеристик у межах інформаційно-метрологічної парадигми незалежної оцінки.

#### Список використаних джерел:

1. Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс : учебник ; 6-е изд., перераб. и доп. Москва : Дело, 2004. 576 с.
2. Введение к «Руководству по выражению неопределенности измерения» и сопутствующим документам. Оценивание данных измерений / пер. с англ. под науч. ред. д.т.н., проф. В.А. Слаева, д.т.н. А.Г. Чуновкиной. Санкт-Петербург : Професионал, 2011. 58 с.
3. Международный словарь по метрологии: основные и общие понятия и соответствующие термины / пер. с англ. и франц. Санкт-Петербург : Професионал, 2010. 82 с.
4. Третьяк Л.Н. Обработка результатов наблюдений : учебное пособие. Оренбург : ГОУ ОГУ, 2004. 171 с.
5. Поздняков Ю.В., Лапишко М.Л. Багаторазові непрямі економічні вимірювання як методологічна основа для встановлення невизначеності результату оцінювання вартості. *Приазовський економічний вісник*. 2019. № 5(16). С. 415–421.
6. Кирышкин В. Метрология, стандартизация и сертификация. Оценка результатов нескольких серий измерений. Методические указания. Тула, 2011.
7. Третьяк Л.Н., Воробьев А.Л. Основы теории и практики обработки экспериментальных данных : учебное пособие / под общей редакцией Л.Н. Третьяк ; 2-е изд., испр. и доп. Москва : Юрайт, 2018. 237 с.
8. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. Ленинград : Энергоатомиздат, 1985. 248 с.

#### References:

1. Ja.R. Magnus, P.K. Katyshev, A.A. Pereseckij. (2004). Jekonometrika. Nachal'nyj kurs. [Econometrics. Initial course] Moscow: Delo Ltd. (in Russian)
2. (2009). Vvedenie k «Rukovodstvu po vyrazheniju neopredelennosti izmerenija» i soputstvujushhim dokumentam. Ocenivanie dannyh izmerenij [JCGM 104:2009. Evaluation of measurement data. An introduction to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" (GUM) and related documents]. Trans from Eng. Sankt-Peterburg : NPO «Professional». (in Russian)
3. (2010). Mezhdunarodnyj slovar' po metrologii: osnovnye i obshhie ponjatija i sootvetstvujushhie terminy: per. s angl. i fr. [International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM).] Trans from Eng. Vseros. nauch.-issled. in-t metrologii im. D. I. Mendeleeva, Belorus. gos. in-t metrologii. Sankt-Peterburg : NPO «Professional». (in Russian)
4. Tret'jak L.N. (2004). Obrabotka rezul'tatov nabljudenij: Uchebnoe posobie [Measurements results processing: Tutorial]. Orenburg: GOU OGU. (in Russian)
5. Pozdnjakov Ju.V., Lapishko M.L. (2019). Bagatorazovi neprjami ekonomichni vymirjuvannja jak metodologichna osnova dlja vstanovlennja nevyznachenosti rezul'tatu ocinjuvannja vartosti [Multiple indirect economic measurements as methodological base for valuation results uncertainty degree determination]. *Pryazov's'kyj ekonomichnyj visnyk [Pryazov's'kyj Economical Announcer]*. Classical private university. no. 5 (16), pp. 415 – 421.
6. Kirjushkin, V. (2011). Metrologija, standartizacija i sertifikacija. Ocenka rezul'tatov neskol'kih serij izmerenij. Metodicheskie ukazanija. [Metrology, standardization and certification. Estimation of a few measurements series results. Methodical guidelines]. Tula. (in Russian)
7. Tret'jak, L. N. (2018). Osnovy teorii i praktiki obrabotki jeksperimental'nyh dannyh : uchebnoe posobie dlja bakalavriata i magistratury [Bases of experimental data processing theory and practice: tutorial for undergraduate and magistracy] / L. N. Tret'jak, A. L. Vorob'ev ; pod obshhej redakciej L. N. Tret'jak. – 2-e izd., ispr. i dop. – Moscow : Izdatel'stvo Jurajt. (in Russian)
8. Novickij P.V., Zoграф I.A. (1985) Ocenka pogreshnostej rezul'tatov izmerenij. [Measurements results errors estimation]. Leningrad: Jenergoatomizdat. (in Russian)

**Поздняков Ю. В.**

Украинское общество оценщиков

**Скибинская З. М.**

Национальный университет «Львовская политехника»

**Грынив Т. Т.**

Национальный университет «Львовская политехника»

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ РЕЗУЛЬТАТА НЕЗАВИСИМОЙ ОЦЕНКИ СТОИМОСТИ АКТИВОВ

### Резюме

Исследованы математические принципы методики количественного определения степени неопределенности результатов оценки стоимости активов, которая базируется на основе классического метрологического подхода выполнения серии многократных независимых экономических измерений с последующей статистической обработкой полученного ряда результатов. Показано, что предложенную математическую модель можно рассматривать как групповую меру стоимости объекта оценки, которая воспроизводит измеряемое значение стоимости с определенным статистическим рассеиванием отдельных оценок в серии измерений. Приведены аналитические выражения для обоснования методики, которые являются доказательством возможности снижения влияния случайной составляющей погрешности результата экономических измерений. Доказано, что усредненное значение ряда поодиночных оценок в серии характеризуется более высокой точностью по сравнению с точностью результатов отдельных измерений серии.

**Ключевые слова:** эконометрика, независимая экспертная оценка, неопределенность результата оценки, точность оценки, погрешность оценки, многократные непрямые измерения.

**Pozdnyakov Yuri**

Ukrainian Appraisers Association Member

**Skybins'ka Zorjana**

National University "Lviv Polytechnic"

**Gryniv Tetjana**

National University "Lviv Polytechnic"

## MATHEMATICAL PRINCIPLES ANALYTICAL GROUND OF ASSETS INDEPENDENT VALUATION RESULTS UNCERTAINTY DEGREE INDEXES CALCULATION METHODOLOGY

### Summary

The article behaves to the field of applied econometrics, more precisely – to assets and property rights independent expert appraising/valuation. Mathematical principles of valuation results uncertainty degree determination method, based on metrological approach of multiple indirect economic measurements, are researched. Theoretical bases mathematical formulation, on that expert valuation economic measurements results uncertainty degree methodology is based, are examined. A quantitative index of valuation results uncertainty degree – absolute errors estimation – is applied as the objective criterion of these results reliability and accuracy. The methodology of this evaluation results accuracy objective quantitative index is described and performed. It is well-proven that the level of valuation results uncertainty degree at economic measurements implementation can be set on the basis of information theory and measurements errors theory laws application. The main mathematical principles of the economic measurements results processing implementation using the metrological methodical approach are considered. It is grounded on independent valuation results uncertainty degree quantitative determination on the basis of multiple economic measurements series implementation with next results row statistical processing. Base terms, limitations, original assumptions of that evaluation works equal accuracy conditions are set. It is shown that in the case if equal accuracy conditions are met, series row homogeneity condition for this parameter is satisfied, with certain estimations of standard deviation and variance dispersion in the series of measuring. So, these row statistical processing results allow determining series average value, which is closer to the true value, than any single measurement result. Possible directions of further improvement of evaluation methodologies are analyzed. In particular, attention is accented on the informative-metrological approach to valuation results uncertainty degree exposure. It is shown that it gives an opportunity to set the valuation uncertainty degree by objective quantitative indexes, as these results errors estimates. The importance of those researches for the further development of the informative-metrological paradigm of the independent valuation methodology is considered. Some recommendations in relation to priority directions of further researches are offered.

**Keywords:** econometrics, real estate valuation/appraising, valuation results uncertainty degree, economic measurements, estimation accuracy, estimation error, multiple measurements results processing.