

РОЗДІЛ 8

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 519.866

Хорошун В. В.
Радуль І. С.

Запорізька державна інженерна академія

МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАННЯ ТВЕРДОСТІ СТАЛІ МЕТОДАМИ РОКВЕЛЛА ТА БРІНЕЛЛЯ

У статті розглянуто актуальне питання моделювання та аналізу експериментальних результатів твердості сталі методами Роквелла (HRB) та Брінелля (HB). Запропоновано унікальну методику обробки даних твердості сталі для контролю якості виробів у процесі виробництва й експлуатації для підвищення конкурентоздатності продукції. Вдосконалено процес моделювання та аналізу отриманих даних, використовуючи програмне забезпечення STATISTICA 10 та Mathcad 15.

Ключові слова: моделювання, статистичний аналіз, метод Роквелла, метод Брінелля.

Постановка проблеми. У процесі виготовлення металевих конструкцій різного призначення та їх експлуатації велике значення має достовірна оцінка твердості й механічних властивостей металу.

Сьогодні методи контролю та діагностики механічних властивостей матеріалів, засновані на вимірі твердості, є найбільш простими і доступними. Головна мета методу твердості полягає у можливості оперативної оцінки механічних характеристик металу готових виробів, конструкцій. У зв'язку із цим даний метод застосовується практично в усіх галузях промисловості для контролю якості виробів у процесі виробництва й експлуатації. При цьому є очевидним, що ця операція має супроводжувати весь ланцюжок її застосування, включаючи вхідний контроль, контроль стабільності технологічних процесів під час виготовлення обладнання, оцінку якості готової продукції, діагностування обладнання в процесі його експлуатації для визначення його залишкового ресурсу, під час ремонту устаткування та інші методи визначення твердості.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Історії становлення та розвитку методів вимірювання твердості, яка налічує кілька століть, присвячено докладні огляди та цілі підручники вітчизняних та зарубіжних науковців, таких як О.Г. Колмаков, В.Ф. Терентьев, М.Б. Бакиров [1, с. 25–42], Н.М. Ростовцев, Н.Н. Сергеев, В.І. Абрамов [2, с. 12–19]. Виконані у цій галузі роботи, спрямовані на вирішення теоретичних і прикладних завдань контактного деформування, дали змогу встановити закономірності зміни твердості залежно від різних технологічних і конструкційних чинників. Також вони демонструють можливість використання результатів вимірювання твердості для оцінки стандартних механічних властивостей під час розтягування, створенні нових конструкцій стаціонарних і портативних приладів для вимірювання твердості.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Способи та технічні засоби вимірювання твердості, а також зв'язок твердості з іншими характеристиками механічних власти-

востей матеріалів із давніх пір привертала увагу багатьох дослідників-теоретиків і практиків. Однак інструментарій економіко-математичного моделювання для аналізу фізико-механічних властивостей сталі ще не було застосовано.

Мета статті полягає у використанні статистичного пакету STATISTICA 10 і Mathcad 15 для обробки експериментальних результатів твердості сталі за методами Роквелла (HRB) та Брінелля (HB) для підвищення конкурентоздатності підприємства на ринку збуту сталі.

Виклад основного матеріалу дослідження. Випробування на твердість за методом Роквелла – це метод оцінки твердості матеріалів, що базується на вимірюванні глибини проникнення твердого накінецьника (вістря, індентора) під заданим навантаженням у досліджуваній матеріал [3]. Твердість потрібно вимірювати не менше ніж у трьох точках. Для обчислення беруть середнє значення результатів другого і третього вимірювань.

Чим твердіший матеріал, тим меншою буде глибина проникнення накінецьника в нього. Щоб за більшої твердості матеріалу виходило більше число твердості за Роквеллом, уводять умовну шкалу глибин, беручи за одиницю відліку глибину рівну 0,002 мм (в окремому випадку – 0,001 мм для тонких шарів). Під час випробування алмазним конусом гранична глибина введення становить 0,2 мм, під час випробування кулькою – 0,26 мм. Таким чином, формула для обчислення значення твердості виглядає так [4, с. 56]:

$$HR = N - \frac{H - h}{s}, \quad (1)$$

де $H - h$ представляє різницю глибин занурення накінецьника (у міліметрах) після зняття основного навантаження і до його прикладання (за попереднього навантаження); N – гранична глибина введення індентора (константа); s – одиниця відліку глибини (константа).

Для статистичного аналізу експериментальних показників твердості сталі методом Роквелла (HRB) у пакеті STATISTICA представлено дані табл. 1.

Експортуюмо дані з табл. 1 у середовище STATISTICA 10 (рис. 1).

№ зразка	1 HRB	2 NewVar
1	68	
2	72	
3	71	
4	73,5	
5	67	
6	75	

Рис. 1. Експериментальні показники твердості сталі за методом Роквелла (HRB)

Джерело: авторська розробка

Таблиця 1
Експериментальні показники твердості сталі за методом Роквелла (HRB)

№ зразка	Твердість за Роквеллом, HRB (кгс/мм ²)
1	68
2	72
3	71
4	73,5
5	67
6	75

Джерело: складено за [5]

Далі для наглядного аналізу даних будемо гістограму, на якій по осі абсцис знаходиться твердість сталі за Роквеллом (HRB), а по осі ординат – кількість спостережень (рис. 2).

Отже, функція розподілу щільності ймовірності для зразків твердості сталі за методом Роквелла (HRB) є бімодальною і складається з функцій розподілу laplace і extreme та має вигляд:

$$f(x) = 2 * 1,38 * laplace(x; 67,8; 0,687) + 4 * 3,8 * extreme(x; 74,2; 2,8). \quad (2)$$

Для моделювання даних твердості сталі за методом Роквелла (HRB) потрібно розглянути

бімодальну функцію розподілу щільності ймовірності (2) зі статистичного пакету STATISTICA 10 та інтегрувати її в Mathcad 15 [6, с. 123–154].

Як пам'ятаємо, бімодальна функція розподілу щільності ймовірності складається з функції laplace і extreme. Загальний вигляд функції laplace:

$$f(x) = \frac{1}{2(b)} * e^{-\frac{|x-a|}{b}}, \quad (3)$$

де a – параметр місцезнаходження; b – параметр масштабування; e – Ейлерове число (константа).

Знаючи загальний вигляд функції розподілу laplace, можемо інтегрувати її в середовище Mathcad і вона буде мати вигляд:

$$f_{1_2HRB}(HRB) := 2 * 1,38 * \frac{1}{6} * \left[\frac{1}{2 * b_{lapHRB}} * e^{-\frac{|HRB-a_{lapHRB}|}{b_{lapHRB}}} \right], \quad (4)$$

де $a_{lapHRB} := 67,8$; $b_{lapHRB} := 0,687$.

Загальний вигляд функції розподілу extreme:

$$f(x) = \frac{1}{b} * e^{-\frac{(x-a)}{b}} * e^{-e^{-\frac{(x-a)}{b}}}, \quad (5)$$

де a – параметр місцезнаходження; b – параметр масштабування; e – Ейлерове число (константа).

Знаючи загальний вигляд функції розподілу extreme, можемо інтегрувати її в середовище Mathcad і вона буде такою:

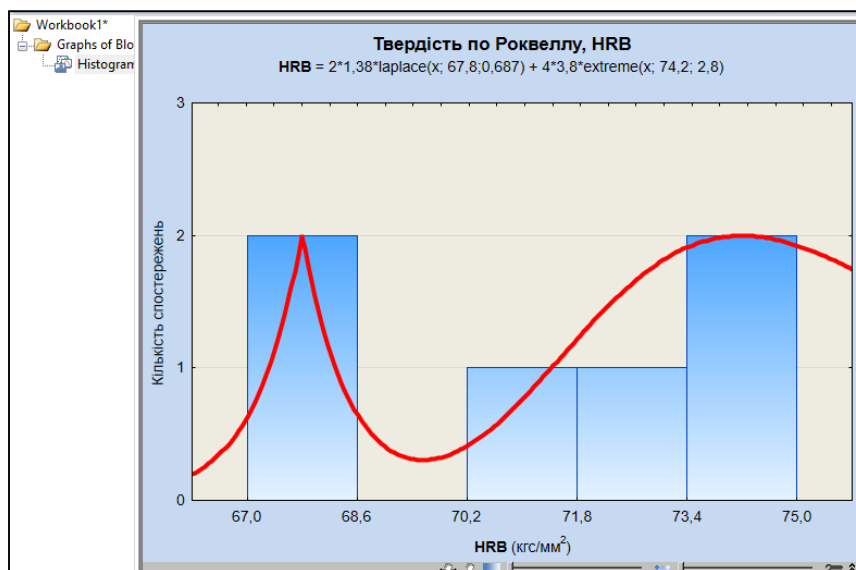


Рис. 2. Бімодальна функція розподілу щільності ймовірності

Джерело: авторська розробка

$$f_{2_2HRB} := 4 * 3,8 * \frac{1}{6} * \left[\frac{1}{b_extHRB} * e^{-\frac{(HRB-a_extHRB)}{b_extHRB}} * e^{-\frac{(HRB-a_extHRB)}{b_extHRB}} \right], \quad (6)$$

де $a_extHRB := 74, 2$; $b_extHRB := 2, 8$.

За отриманими даними будуюмо функцію розподілу extreme, яка відображена на рис. 3.

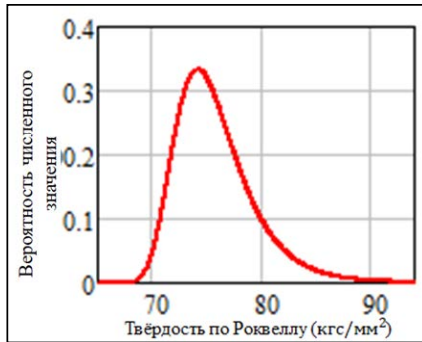


Рис. 3. Функція розподілу extreme

Джерело: авторська розробка

Отже, після інтеграції і розв’язування функцій laplace і extreme в середовищі Mathcad можемо змоделювати повний вигляд бімодальної функції розподілу щільності ймовірності:

$$f_{3_2HRB}(HRB) := f_{1_2HRB} + f_{2_2HRB}. \quad (7)$$

За отриманими даними будуюмо бімодальну функцію розподілу щільності ймовірності, яка відображена на рис. 4.

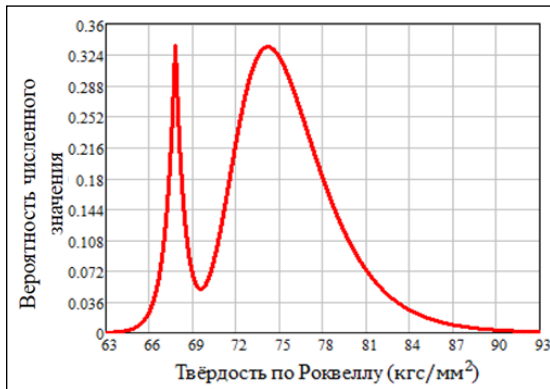


Рис. 4. Бімодальна функція розподілу щільності ймовірності

Джерело: авторська розробка

Знаючи бімодальні функції розподілу щільності ймовірності, можемо знайти середньозважене інтегроване значення:

$$\bar{x} := \int_0^{\infty} f_{4_2HRB}(HRB) * HRB * d * HRB = 143,616. \quad (8)$$

Оскільки маємо справу з бімодальним розподілом, середньозважене інтегроване значення потрібно розділити на два й отримаємо 71,808 (кгс/мм²).

Наступним кроком дослідження розглянемо випробування на твердість за методом Брінелля – спосіб визначення твердості матеріалів вдавленням на спеціальному приладі сталеві загартовані кульки (діаметром 10; 5 або 2,5 мм) у досліджуваній зразок під дією заданого навантаження протягом певного часу (10–30 секунд). Цей метод запропонував шведський інженер Йохан Брінелль у 1900 р. [3].

Твердість за Брінеллем (НВ) розраховується як «прикладне навантаження», розділене на «площу поверхні відбитку» [4, с. 84]:

$$HB = \frac{P}{\frac{\pi D}{2} (D - \sqrt{D^2 - d^2})}, \quad (9)$$

де P – прикладне навантаження, кПа; D – діаметр кульки, мм; d – діаметр відбитку, мм.

Для статистичного аналізу експериментальних показників твердості сталі за методом Брінелля (НВ) представлено дані в табл. 2 [5].

Таблиця 2
Експериментальні показники твердості сталі за методом Брінелля (НВ)

№ зразка	Твердість за Брінеллем, НВ (кгс/мм ²)
1	125
2	131
3	125
4	121
5	125
6	135

Експортуємо дані з табл. 2 в середовище STATISTICA 10 (рис. 5).

Далі для наглядного аналізу даних будуюмо гістограму, на якій по осі абсцис у знаходиться твердість сталі за Брінеллем (НВ), а по осі ординат – кількість спостережень (рис. 6).

Отже, функція розподілу щільності ймовірності для зразків твердості сталі за методом Брінелля (НВ) є бімодальною і складається з двох функцій розподілу extreme та має вигляд:

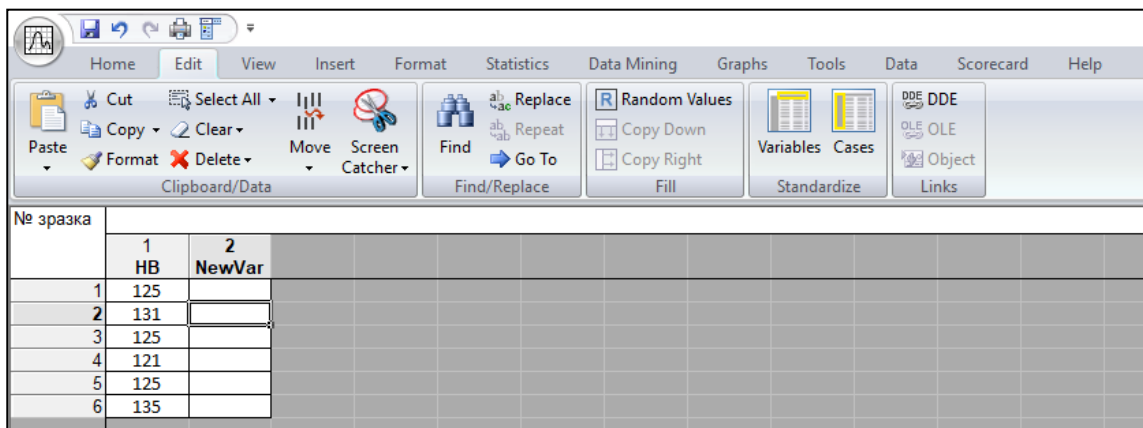


Рис. 5. Експериментальні показники твердості сталі за методом Брінелля (НВ)

Джерело: авторська розробка

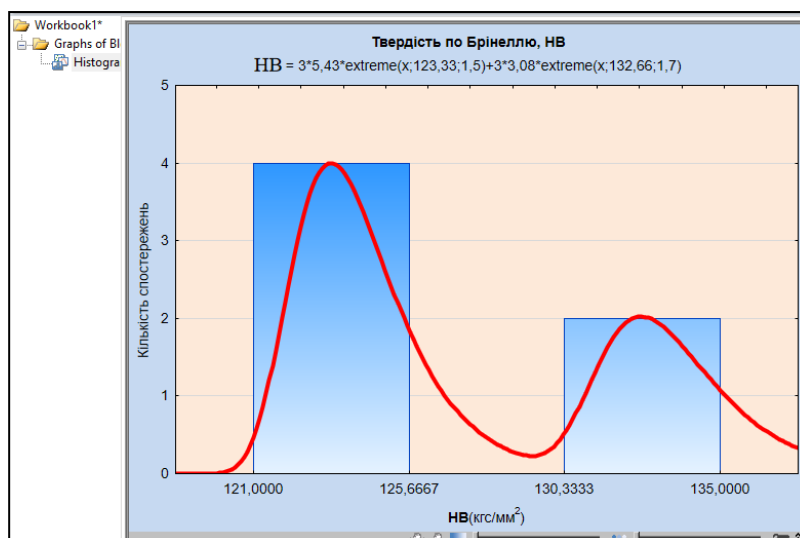


Рис. 6. Бімодальна функція розподілу щільності ймовірності

Джерело: авторська розробка

$$f(x) = 3 * 5,43 * extreme(x;123,33;1,5) + 3 * 3,08 * extreme(x;132,66;1,7). \quad (10)$$

Для моделювання даних твердості сталі за методом Брінелля (HB) потрібно використати бімодальну функцію розподілу щільності ймовірності (10) зі статистичного пакету STATISTICA 10 та інтегрувати її в Mathcad 15.

Як пам'ятаємо, функція розподілу щільності ймовірності складається з двох функцій extreme. Загальний вигляд функції extreme представлений у формулі (5).

Знаючи загальний вигляд функції розподілу extreme, можемо інтегрувати її в середовище Mathcad і вона буде мати вигляд:

$$f_{1_1HB}(HB) := \frac{1}{b_{ext1_HB}} * e^{-\frac{(HB-a_{ext1_HB})}{b_{ext1_HB}}} * e^{-e^{-\frac{(HB-a_{ext1_HB})}{b_{ext1_HB}}}}, \quad (11)$$

де $a_{ext1_HB} := 123,33$; $b_{ext1_HB} := 1,5$.

Знов спираючись на загальний вид функції розподілу extreme (формула 5), інтегруємо її в середовище Mathcad і вона буде мати вигляд:

$$f_{2_1HB}(HB) := \frac{1}{b_{ext2_HB}} * e^{-\frac{(HB-a_{ext2_HB})}{b_{ext2_HB}}} * e^{-e^{-\frac{(HB-a_{ext2_HB})}{b_{ext2_HB}}}}, \quad (12)$$

де $a_{ext2_HB} := 132,66$; $b_{ext2_HB} := 1,7$.

За отриманими даними будемо функцію розподілу extreme, яка відображена на рис. 7.

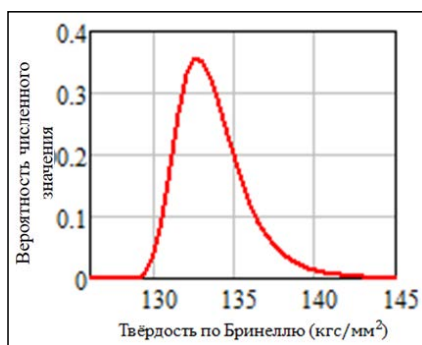


Рис. 7. Функція розподілу extreme

Джерело: авторська розробка

Отже, після інтеграції і розв'язування функцій extreme в середовищі Mathcad можемо змоделювати повний вид бімодальної функції розподілу щільності:

$$f_{3_HB}(HB) := f_{1_1HB} + f_{2_1HB}. \quad (13)$$

За отриманими даними будемо бімодальну функцію розподілу щільності ймовірності, яка відображена на рис. 8.

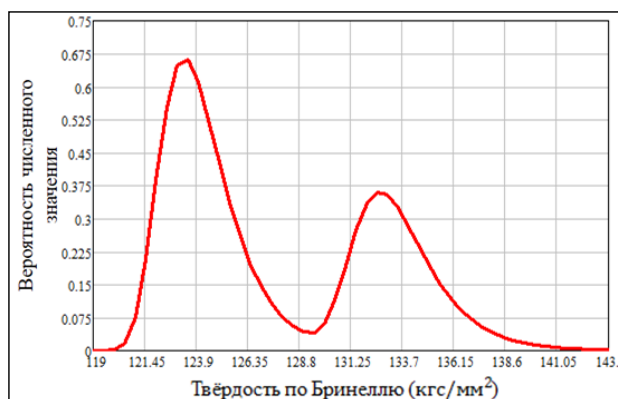


Рис. 8. Бімодальна функція розподілу щільності ймовірності

Знаючи бімодальні функції розподілу щільності ймовірності, можемо знайти середньозважене інтегроване значення:

$$\bar{x} := \int_0^{\infty} f_{4_HB}(HB) * HB * d * HB = 257,836. \quad (14)$$

Оскільки маємо справу з бімодальним розподілом, середньозважене інтегроване значення потрібно розділити на два і отримаємо 128,91 (кгс/мм²).

Висновки. Провівши статистичний аналіз та моделювання даних твердості сталі S235JR+AR зарубіжного виробника за методами Брінелля (HRB) та Роквелла (HB), бачимо, що твердість не є конкретною, а сильно варіюється і має бімодальний розподіл. Так, для метода Роквелла (HRB) твердість варіюється від 67 до 75 кгс/мм², а середньозважене значення дорівнює 71,8 кгс/мм². А вимірюючи твердість за методом Брінелля (HB), показники знаходяться в межах від 125 до 135 кгс/мм², із середньозваженим значенням 128,91 кгс/мм².

Виходячи з розрахунків, можна зробити висновок, що сьогодні виробник не може гарантувати конкретне значення твердості, а для даної сталі це дуже важлива характеристика, оскільки S235JR+AR використовується в загальнобудівельних рішеннях, із неї випускають деталі та частини вантажних вагонів, опор ліній електропередачі, екскаваторів і лісозаготівельної техніки, морських споруд, автомобільних мостів, будівельних кон-

струкцій та нафтових і газових платформ. Виходячи із цього, виробник під час реалізації сталі повинен указувати, що його сталь має твердість у діапазоні «від... – до...» за різними методами вимірювання. Тому для конкурентоздатного перебування підприємства на ринку збуту сталі S235JR+AR потрібно переглянути її процес виробництва та якомога швидше вжити заходів щодо поліпшення фізико-механічних властивостей даної марки.

Список використаних джерел:

1. Колмаков А.Г., Терентьев В.Ф., Бакиров М.Б. Методы измерения твердости: справ. изд.; 2-е изд., перераб. и доп. М.: Интермет Инжиниринг, 2005. 150 с.
2. Ростовцев Н.М., Сергеев Н.М., Абрамов В.И. Технология, предпринимательство, экономика. Тула: Вышп. шк., 2002. 128 с.
3. Методы измерения твердости. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Метод_Роквелла_та_метод_Бринелля.
4. Smith, William F. & Hashemi, Javad Foundations of Material Science and Engineering. McGraw-Hill, 2001. P. 229.
5. Основна продукція ПАТ «Запоріжсталь». URL: <https://zaporizhstal.com/uk/diyalnist/produkcija/osnovna>.
6. Гужва В.М. Інформаційні системи і технології на підприємствах: навч. посіб. К.: КНЕУ, 2001. 400 с.

Хорошун В. В.

Радуть І. С.

Запорожская государственная инженерная академия

МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЯ ТВЕРДОСТИ СТАЛИ МЕТОДАМИ РОКВЕЛЛА И БРИНЕЛЛЯ

Резюме

В статье рассмотрен актуальный вопрос моделирования и анализа экспериментальных результатов твердости стали методами Роквелла (HRB) и Бринелля (HB). Предложена уникальная методика обработки данных твердости стали для контроля качества изделий в процессе производства и эксплуатации для повышения конкурентоспособности продукции. Усовершенствован процесс моделирования и анализа полученных данных, используя программное обеспечение STATISTICA 10 и Mathcad 15.

Ключевые слова: моделирование, статистический анализ, метод Роквелла, метод Бринелля.

Khoroshun V. V.

Radul I. S.

Zaporozhye State Engineering Academy

MODELING AND ANALYSIS OF THE RESULTS OF HUMIDITY MEASUREMENT DETECTED BY ROCKWELL AND BRINELLI METHODS

Summary

This article discusses the current issue of modeling and analyzing the experimental results of hardness by methods of Rockwell (HRB) and Brinell (HB) is considered. A unique method of processing steel hardness data is offered for quality control of products in the process of production and operation in order to increase the competitiveness of products. The process of modeling and analyzing the data obtained using the software STATISTICA 10 and Mathcad 15 has been improved.

Key words: modeling, statistical analysis, the Rockwell method, the Brinell method.