РОЗДІЛ 9
МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 519.8

Горбачук В. М.
Сирку А. А.
Сулейманов С.-Б.
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова
Національної академії наук України

ОСНОВИ АНАЛІЗУ ОХОПЛЕННЯ ДАНИХ

Вимірювання ефективності стало предметом надзвичайного інтересу, коли організації почали приділяти увагу підвищенню продуктивності своєї діяльності та своєї конкурентоспроможності. Проблема вимірювання продуктивної ефективності галузі важлива як теоретично, так і практично для особи, яка приймає економічні рішення. Важливо емпірично перевіряти теоретичні висновки про відносну ефективність різних економічних систем, а також уміти проводити фактичні вимірювання ефективності.
Ключові слова: міри ефективності, аналіз даних, лінійне програмування.

Постановка проблеми. Епохальна робота [10] щодо вимірювання ефективності підрозділів прийняття рішень (decision making units, DMUs) дала поштовх іншим напрямам сучасної потужної методології обробки даних – аналізу охоплення даних (data envelopment analysis, DEA). Окрім численних конкретних застосувань ідей DEA у практичних ситуаціях, уваги заслуговують, насамперед, методологічні розробки DEA стосовно моделей вимірювання ефективності, підходів до поєднання обмежень на множники відповідних оптимізаційних задач, класифікації змінних і мінливості даних [1; 3].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Спробам вирішити проблему вимірювання продуктивної ефективності не вдавалося поєднати вимірювання кількох факторів (входів) виробництва. До таких спроб належать формування середньої продуктивності єдиного фактора (праці, капіталу, технологічного рівня тощо) без урахування інших факторів виробництва та порівняння середньозваженого входу з виходом виробництва. Загальний підхід до аналізу діяльності [20] для вирішення проблеми вимірювання продуктивної ефективності можна поширювати на будь-яку продуктивну організацію – від активності групи людей до роботи економіки у цілому [2]. Цей підхід дає змогу брати до уваги не лише кілька входів, але й кілька виходів виробництва [4; 10].

Початкова ідея DEA полягала у пошуку методології, за допомогою якої серед порівняних DMUs можна визначати найкращі та формувати межу їхньої ефективності. Ця методологія також дала змогу вимірювати рівень ефективності DMUs нижче межі ефективності та визначати для них орієнтири [14].

Водночас недостатньо висвітленими залишаються питання інтерпретації розвитку DEA через модифікації оптимізаційних задач.

Мета статті полягає у демонстрації можливостей застосування мір ефективності.

Виклад основного матеріалу дослідження. Сучасний розвиток моделей DEA поширюється на модель оболонки вільного розміщення, моделі перехресного оцінювання та мінімальної відстані. Розглянемо множину n DMUs, де DMU j=1,...,n використовує m входів x_{ij}, i=1,...,m, і генерує s виходів y_{rj}, r=1,...,s. Якщо виходу y_{rj} відповідає ціна (множник) $\overline{u}_r$, а входу x_{ij} – ціна $\overline{v}_r$, то за відомих цін ефективність DMU j вимірюється відношенням зважених виходів і зважених входів

$$\sum_{r=1}^{s}\overline{u}_r y_{rj}\left(\sum_{i=1}^{m}\overline{v}_i x_{ij}\right)^{-1},$$

яке є основою стандартної продуктивності в інженерії.

Якщо ціни входів v_i і виходів u_i невідомі, то для обчислення таких цін даного DMU пропонується розв'язати певну задачу нелінійного програмування [10]: технічна ефективність e_0 DMU 0 є розв'язком задачі максимізації по v_i та u_i (задачі дробового програмування)

$$e_0 = \max_{v_i, u_r}\sum_{r=1}^{s}u_r y_{r0}\left(\sum_{i=1}^{m}v_i x_{i0}\right)^{-1},$$

$$\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj} \le \sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij} \quad \forall\, j = 0,\ldots,n,$$

$$u_r \ge \varepsilon \le v_i \quad \forall\, r = 1,\ldots,s,\ \forall\ i = 1,\ldots,m,$$

де ε – деяка додатна неархімедова величина зі строго додатною нижньою границею [11] (ε ≥ 0 [10]), що гарантує строгу додатність змінних v_i та u_i. Оскільки цільова функція – відношення виходів до входів, то ця задача є вихід-орієнтованою. Цю задачу називають задачею CCR за прізвищами Charnes, Cooper, Rhodes авторів роботи [10]. Задача (модель) CCR передбачає постійну віддачу від масштабу (constant returns to scale, CRS).

Якщо цільова функція – відношення входів до виходів, то відповідна стандартна задача мінімізації є вхід-орієнтованою.

Застосовуючи теорію дробового програмування [8] і заміну змінних

$$\mu_r = t\,u_r,\ \nu_i = t\,v_i,\ \text{де}\ t = \left(\sum_{i=1}^{m}v_i x_{i0}\right)^{-1},$$

задача CCR зводиться до моделі лінійного програмування (ЛП)

$$e_0 = \max_{\mu_r, \nu_i}\sum_{r=1}^{s}\mu_r y_{r0}, \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^{m}\nu_i x_{i0} = 1,$$

$$\sum_{r=1}^{s}\mu_r y_{rj} \le \sum_{i=1}^{m}\nu_i x_{ij} \quad \forall\, j=0,\dots,n,$$

$$\mu_r \ge \varepsilon \le \nu_i \quad \forall\, r=1,\dots,s,\ \forall\, i=1,\dots,m.$$

Ця задача ЛП максимізації еквівалента двоїстій задачі ЛП мінімізації

$$\min_{\lambda_j, s_i^-, s_r^+} \theta_0 - \varepsilon\left(\sum_{i=1}^{m} s_i^- + \sum_{r=1}^{s} s_r^+\right) \qquad (2)$$

без обмежень для θ_0 та за обмежень

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij} + s_i^- = \theta_0 x_{i0},\ i=1,\dots,m,$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{r0},\ r=1,\dots,s,$$

$$\lambda_j,\ s_i^-,\ s_r^+ \ge 0 \quad \forall\, j=1,\dots,n,\ i=1,\dots,m,\ r=1,\dots,s.$$

Задача (2) називається прямою задачею охоплення, а задача (1) – двоїстою.

Простір обмежень прямої задачі визначає множину виробничих можливостей

$$T = \left\{(X,Y) : X \ge \sum_{j=1}^{n}\lambda_j X_j;\ Y \le \sum_{j=1}^{n}\lambda_j Y_j;\ \lambda_j \ge 0\right\}.$$

Приклад 1. Нехай n=7, m=1, s=1:

DMU	1	2	3	4	5	6	7
X	2	3	6	9	5	4	10
Y	2	5	7	8	3	1	7

Серед цих DMUs найефективнішим є DMU j=2, звідки для моделі CRS межа ефективності є прямою у координатах Y по вертикалі і X по горизонталі, що проходить через точку O початку координат (0, 0) і точку (X_{12},Y_{12})=(3, 5), тобто прямою $Y=\frac{5}{3}X$. Тоді для j=3 інтуїтивна міра ефективності визначається відношенням до X_{13}=6 відрізка прямої між точками $(0,Y_{13})$=(0,7) і (X_{13},Y_{13})=(6, 7), тобто прямої Y=7, за межею ефективності. Оскільки довжина цього відрізка становить $X=\frac{3}{5}Y=\frac{3\times 7}{5}=4.2$, то ефективність для j=3 дорівнює $\frac{4.2}{6}=\frac{2.1}{3}=0.7=70\%$. Тому в задачі (2) охоплене оптимальне значення θ_3 становить θ_3^*=0,7. Слід сказати, що під час визначення результату як оберненого відношення входів до виходів найкращий DMU матиме відношення $\frac{5}{3}$=1,67, а відношення для j=3 становитиме $\frac{5}{3}\times\frac{6}{7}=\frac{30}{21}=\frac{10}{7}=1.43$ із результатом $\frac{1}{1.43}=\frac{7}{10}=0.7$, який дорівнює ефективності. Вихід-орієнтована модель використовує DEA-проекцію точки, що відповідає DMU, на вертикальну вісь, яка вимірює вихід.

Приклад 2. Нехай n=7, m=2, s=1 (DMUs мають єдиний спільний вихід):

DMU	A	B	C	D	E	F	G
X_1	3	5	8	12	6	8	10
X_2	90	70	55	50	84	80	60

Очевидно, що точка C ефективніша, ніж F. Розв'язання задачі (2) дає $\theta_A=\theta_B=\theta_C=\theta_D=1$ (точки A, B, C, D (сильно) DEA-ефективними). Оскільки B є DEA-проекцією (радіальною проекцією) E на межу ефективності (B є орієнтиром (benchmark) для E), то ефективність E вимірюється відношенням відстані між точкою B і точкою O початку координат до відстані EO:

$$\theta_E = \frac{\sqrt{(X_{1B})^2+(X_{2B})^2}}{\sqrt{(X_{1E})^2+(X_{2E})^2}} = \frac{\sqrt{5^2+70^2}}{\sqrt{6^2+84^2}} = 83.3\%.$$

Підходящі орієнтири для точки G – це точки C і D.

Для всіх точок A, B, C, D, E, F, G всі змінні нев'язки (slack) s_{1j}^-, s_{2j}^- дорівнюють нулю. Додамо точку H, радіальна проекція якої потребує подовження межі ефективності до деякої точки H^*, а змінна нев'язки s_{1H}^- додатна і рівна відстані між H^* і D. Тоді говорять, що точка H не є відповідно охопленою, а точка H^* є слабко DEA-ефективною [12; 13].

Модель [6] відрізняється від моделі [10] додатковою змінною u_0 будь-якого знаку і передбачає змінну віддачу від масштабу (variable returns to scale, VRS):

$$e_0^* = \max_{u_0,u_r,v_i}\left(\sum_{r=1}^{s}u_r y_{r0} - u_0\right)\left(\sum_{i=1}^{m}v_i x_{i0}\right)^{-1},$$

$$\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj} - u_0 \le \sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij} \quad \forall\, j=1,\dots,n,$$

$$u_r \ge \varepsilon \le v_i \quad \forall\, r=1,\dots,s,\ \forall\, i=1,\dots,m.$$

Ця задача рівносильна задачі ЛП із додатковою змінною μ_0, яка може мати будь-який знак,

$$e_0^* = \max_{\mu_0,\mu_r,\nu_i}\left(\sum_{r=1}^{s}\mu_r y_{r0} - \mu_0\right), \qquad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{m}\nu_i x_{i0} = 1,$$

$$\sum_{r=1}^{s}\mu_r y_{rj} - \mu_0 \le \sum_{i=1}^{m}\nu_i x_{ij} \quad \forall\, j=1,\dots,n,$$

$$\mu_r \ge \varepsilon \le \nu_i \quad \forall\, r=1,\dots,s,\ \forall\, i=1,\dots,m.$$

Двоїстою задачею до останньої є задача ЛП з додатковою змінною θ_0, яка може мати будь-який знак,

$$\min_{\lambda_j, s_i^-, s_r^+} \theta_0 - \varepsilon\left(\sum_{i=1}^{m} s_i^- + \sum_{r=1}^{s} s_r^+\right), \qquad (4)$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij} + s_i^- = \theta_0 x_{i0},\ i=1,\dots,m,$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{r0},\ r=1,\dots,s,$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1,$$

$$\lambda_j,\ s_i^-,\ s_r^+ \ge 0 \quad \forall\, j=1,\dots,n,\ i=1,\dots,m,\ r=1,\dots,s.$$

Остання задача відрізняється від задачі (2) додатковим обмеженням $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1$, яке разом з $\lambda_j \ge 0$ забезпечує опуклість оболонок. Якщо в координатах Y по вертикалі та X по горизонталі (нехай $X_{11}<X_{12}<X_{13}$) напівінтервал прямої між сусідніми DMUs 1 і 2 має нахил більше 45°, то спостерігається збільшувана віддача від масштабу (increasing returns to scale, IRS); якщо напівінтервал прямої між сусідніми DMUs 2 і 3 має нахил менше 45°, то спостерігається збільшувана віддача від масштабу (decreasing returns to scale, DRS); у точці 2 спостерігається CRS. Аналогічно до моделі (2), що виявляє CRS, DMU 0 є BCC-ефективним (за прізвищами Banker, Charnes, Cooper авторів роботи [6]) тоді, коли існує розв'язок θ_0^*=1 у моделі (4), що виявляє VRS, а всі змінні нев'язки s_i^{-*}, s_r^{+*}дорівнюють нулю. Очевидно, якщо DMU є CCR-ефективним, то цей DMU також є BCC-ефективним.

Багато авторів вивчали класифікацію DMUs за віддачею від масштабу (returns to scale, RTS): робота [5] використовує поняття розміру найпродуктивнішого масштабу, де RTS визначається $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1$; робота [6] використовує вільну змінну μ_0 у моделі (3); робота [18] застосовує свій метод індексу ефективності масштабу. Проблема класифікації RTS полягає в існуванні множинних оптимумів, а тому класифікація може бути функцією конкретного розв'язку, залежного від програмного забезпечення оптимізації. Щоб точніше визначати класифікацію RTS для даного DMU, розроблялися інтервали для різних вільних змінних, які відповідають різним оптимумам: пропонується метод визначення RTS для моделі за множинних оптимумів [29]; серед різних методів визначення RTS обираються обчислювально прості методи характеризації RTS, щоб уникати потреби дослідження всіх можливих оптимальних розв'язків [26].

Вищезазначені моделі вимірюють ефективність через радіальну проекцію: у вхід-орієнтованій моделі входи зменшуються пропорційно за фіксованих виходів, а у вихід-орієнтованій моделі виходи збільшуються пропорційно за фіксованих входів. Пропонується адитивна модель (Парето–Купманса), яка до певної міри поєднує вхід-орієнтовану та вихід-орієнтовану моделі [9].

Базовий варіант адитивної моделі задається задачею ЛП

$$P_0 = \max_{\lambda_j, s_i^-, s_r^+} \left(\sum_{i=1}^{m} s_i^- + \sum_{r=1}^{s} s_r^+ \right), \qquad (5)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{i0},\ i = 1, \ldots, m,$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{r0},\ r = 1, \ldots, s,$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1,$$

$$\lambda_j,\ s_i^-,\ s_r^+ \ge 0\ \ \forall\, j = 1, \ldots, n,\ i = 1, \ldots, m,\ r = 1, \ldots, s.$$

Умова $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1$ опуклості вказує на технологію, що виявляє VRS. Оскільки межа ефективності, генерована моделлю (5), така сама, як межа ефективності, генерована моделлю (4), то DMU є адитивно-ефективним за Парето-Купмансом (для якого всі нев'язки дорівнюють нулю в оптимумі задачі (5)) тоді й тільки тоді, коли цей DMU є розв'язком задачі (4). Очевидно, що такий DMU також є розв'язком моделі (2), що виявляє CRS: у прикладі 1 точка (6, 7) може проектуватися не лише вздовж прямої Y=7, але й уздовж будь-якого променя прямого кута між Y=7 та X=6.

Оскільки різні входи і виходи можуть вимірюватися у неспіввимірних одиницях [25], то не завжди практично використовувати суму нев'язок у цільовій функції задачі (2), (4) або (5). Оскільки модель (5) на відміну моделей BCC та CCR не дає фактичної міри неефективності, то замість критерію P_0 пропонується критерій

$$Q_0 = \max_{\lambda_j, s_i^-, s_r^+} \delta \left(\sum_{i=1}^{m} \frac{s_i^-}{x_{i0}} + \sum_{r=1}^{s} \frac{s_r^+}{y_{r0}} \right),$$

де $\delta = (m+s)^{-1}$ [9]. Ділення нев'язок s_i^- та s_r^+ на x_{i0} та y_{r0} відповідно дає змогу зводити ці нев'язки до інваріантних (співвимірних) одиниць, а множення на δ дає змогу нормувати загальний масштаб. Для підтримки сумісності з мірами ефективності в сенсі моделей CCR та BCC пропонується міра $(1-Q_0)$ [27], значення якої може бути від'ємним [7].

Ураховуючи вищезгадані недоліки адитивної моделі (5), замість критерія Q_0 пропонується критерій нев'язок [21]

$$R_0 = \max_{\lambda_j, s_i^-, s_r^+} \frac{1}{s+r} \left(\sum_{i=1}^{m} \frac{s_i^-}{x_{i0}} + \sum_{r=1}^{s} \frac{s_r^+}{y_{r0} + s_r^+} \right).$$

Незважаючи на обчислювальну складність нелінійного критерію R_0, значення результуючої міри $(1-R_0)$ належить відрізку [0,1], що бажано для міри ефективності.

Замість критерію Q_0 також пропонується інша міра нев'язок

$$p = \frac{1 - \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \frac{s_i^-}{x_{i0}}}{1 + \frac{1}{s}\sum_{r=1}^{s} \frac{s_r^+}{y_{r0}}},$$

яка інваріантна до одиниць вимірювання та монотонна за кожною нев'язкою входу і виходу [28]. Тоді модель (5) зводиться до дробового і лінійного програмування. Оскільки значення належить відрізку [0,1], то p вимірює ефективність за Парето-Купмансом у сенсі моделей CCR та BCC.

Моделі [28] рівносильна модель Расселла [19] (з удосконаленою мірою ефективності [22]) [17]:

$$R_o = \min_{\lambda_j, \theta_i, \varphi_r} \frac{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\theta_i}{\frac{1}{s}\sum_{r=1}^{s}\varphi_r},$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \le \theta_i x_{i0},\ i = 1, \ldots, m,$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \ge \varphi_r y_{r0},\ r = 1, \ldots, s,$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1,$$

$$\lambda_j,\ \theta_i,\ \varphi_r \ge 0\ \ \forall\, j = 1, \ldots, n,\ i = 1, \ldots, m,\ r = 1, \ldots, s.$$

Модель [16], подібна до адитивної моделі, використовує нерадіальні проекції для побудови настроєної до діапазону міри, значення якої належать відрізку [0,1]. Нерадіальні проекції теж використовуються на другому етапі аналізу ефективності після визначення точки проекції для даного DMU [15; 23; 24; 28].

Висновки. Якщо економічне планування стосується конкретних галузей, то важливо знати сподіване зростання випуску (виходу) даної галузі за рахунок підвищення її ефективності і без залучення додаткових матеріальних ресурсів. Перспективні напрями розвитку DEA – застосування цілочисельних змінних, питання перенавантаження, ідентифікація пропущених даних, розміщення фіксованих обсягів входів серед DMUs, DEA за обмежених ресурсів, аналіз складних DMUs, зв'язок між DEA і багатокритеріальним прийняттям рішень.

Список використаних джерел:

1. Горбачук В.М. Динаміка базових еколого-економічних індикаторів регіонів України протягом 2005–2009 рр. / В.М. Горбачук // Формування нової економіки. – К. : КНЕУ, 2010. – С. 390–404.
2. Горбачук В.М., Гаркуша Н.І. Максимізація функції доходу та мінімізація функції витрат у дворівневому програмуванні / В.М. Горбачук, Н.І. Гаркуша // Вісник Київського університету. Серія «Фізико-математичні науки». – 2005. – № 4. – С. 147–152.

3. Горбачук В.М., Любіч О.О. Соціально-економічний розвиток XX сторіччя: цілі, моделі, дані, стратегії, міри ефективності / В.М. Горбачук, О.О. Любіч // Моделювання та інформатизація соціально-економічного розвитку України. – 2010. – Вип. 11. – С. 3–27.
4. Горбачук В. Фактори економічного зростання в Україні та сусідніх державах / В. Горбачук, В. Зеленюк (ред.) – Київ : American Councils; Альтерпрес, 2004. – С. 168–173.
5. Banker R.D. Estimating most productive scale size using data envelopment analysis // European journal of operational research . – 1984. – № 17(1). – P. 35–44.
6. Banker R.D., Charnes A., Cooper W.W. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis // Management science. – 1984. – № 30(9). – P. 1078–1092.
7. Chang Y., Sueyoshi T. An interactive application of DEA in microcomputers // Computer science in economics and management. – 1991. – № 4(1). – P. 51–64.
8. Charnes A., Cooper W.W. Programming with linear fractional functionals // Naval research logistics quarterly. – 1962. – № 9(3–4). – P. 181–185.
9. Charnes A., Cooper W.W., Golany B., Seiford L.M., Stutz J. Foundations of data envelopment analysis and Pareto–Koopmans empirical production functions // Journal of econometrics. – 1985. – № 30(1–2). – P. 91–107.
10. Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E.L. Measuring the efficiency of decision making units // European journal of operational research. – 1978. – № 2(6). – P. 429–444.
11. Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E.L. Evaluating program and managerial efficiency: an application of data envelopment analysis to program follow through // Management science. – 1981. – № 27(6). – P. 668–697.
12. Charnes A., Cooper W.W., Thrall R.M.. Classifying and characterizing inefficiencies in data envelopment analysis // Operations research letters. – 1986. – № 5(3). – P. 105–110.
13. Charnes A., Cooper W.W., Thrall R.M. A structure for classifying and characterizing efficiencies and inefficiencies in DEA // Journal of productivity analysis. – 1991. – № 2(3). – P. 197–237.
14. Cook W.D., Seiford L.M. Data envelopment analysis (DEA) – thirty years on // European journal of operational research. – 2009. – № 192(1). – P. 1–17.
15. Cooper W.W., Li S., Seiford L.M., Tone K., Thrall R.M., Zhu J. Sensitivity and stability analysis in DEA: some recent developments // Journal of productivity analysis. – 2001. – № 15(3). – P. 217–246.
16. Cooper W.W., Park K., Pastor J.T. RAM: Range adjusted measure of inefficiency for use with additive models and relations to other models and measures in DEA // Journal of productivity analysis. – 1999. – № 11(1). – P. 5–42.
17. Cooper W.W., Seiford L.M., Tone K. Introduction to data envelopment analysis and its uses. – Springer, 2006.
18. Fare R.S., Grosskopf S., Lovell C.A.K. Production frontiers. – Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1994.
19. Fare R.S., Lovell C.A.K. Measuring the technical efficiency of production // Journal of economic theory. – 1978. – № 19(1). – P. 150–162.
20. Farrell M.J. The measurement of productive efficiency // Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General). – 1957. – № 120(3). – P. 253–281.
21. Green R.H., Cook W.D., Doyle J. A note on the additive data envelopment analysis model // Journal of the Operational Research Society. – 1997. – № 48(4). – P. 446–448.
22. Pastor J.T., Ruiz J.L., Sirvent I. An enhanced DEA Russell graph efficiency measure // European journal of operational research. – 1999. – № 115(3). – P. 596–607.
23. Portela M., Borges P.C., Thanassoulis E. Finding closest targets in non-oriented DEA models: the case of convex and non-convex technologies // Journal of productivity analysis. – 2003. – № 19(2). – P. 251–269.
24. Portela M., Thanassoulis E. Developing a decomposable measure of profit efficiency using DEA // Journal of the Operational Research Society. – 2007. – № 58(4). – P. 481–490.
25. Russell R.R. Measures of technical efficiency // Journal of economic theory. – 1988. – № 35(1). – P. 109–126.
26. Seiford L.M., Zhu J. An investigation of returns to scale in data envelopment analysis // OMEGA. – 1997. – № 27(1). – P. 1–11.
27. Sueyoshi T. A special algorithm for the additive model in DEA // Journal of the Operational Research Society. – 1990. – № 41(3). – P. 249–257.
28. Tone K. A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis // European journal of operational research. – 2001. – № 130(3). – P. 498–509.
29. Zhu J., Shen H.Z. A discussion of testing DMUs' returns to scale // European journal of operational research. – 1995. – № 81(3). – P. 590–596.

Горбачук В. М.
Сырку А. А.
Сулейманов С.-Б.
Институт кибернетики имени В. М. Глушкова
Национальной академии наук Украины

ОСНОВЫ АНАЛИЗА ОХВАТА ДАННЫХ

Резюме
Измерение эффективности стало предметом чрезвычайного интереса, когда организации стали уделять внимание повышению продуктивности своей деятельности и своей конкурентоспособности. Проблема измерения продуктивной эффективности отрасли важна как теоретически, так и практически для лица, принимающего экономические решения. Важно эмпирически проверять теоретические выводы об относительной эффективности разных экономических систем, а также уметь проводить некоторые фактические измерения эффективности.

Ключевые слова: меры эффективности, анализ данных, линейное программирование.

Gorbachuk V. M.
Syrku A. F.
Suleimanov S.-B.
V. M. Glushkov Cybernetics Institute,
National Academy of Sciences of Ukraine

THE FUNDAMENTALS OF DATA ENEVELOPMENT ANALYSIS

Summary
Efficiency measurement is becoming the subject of tremendous interest when organizations are paying attention to better productivity of their activity and their competitiveness. The problem of productive efficiency measurement is important both theoretically and practically for a person making economic decisions. It is essential to examine theoretical inferences on relative efficiency of various economic systems as well as to be able to carry some actual efficiency measurements.
Key words: efficiency measures, data analysis, linear programming.

УДК 330:51(075.8)

Кравченко В. Г.
Кравченко Т. В.
Київський національний економічний університет
імені Вадима Гетьмана

МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ЕКОНОМІЧНОГО РОЗВИТКУ РЕГІОНУ В РИНКОВИХ УМОВАХ

У статті сформульовано концепти економіко-математичного моделювання динамічної траєкторії розвитку регіону. Запропоновано експертну систему з апаратом представлення і використання знань за допомогою методів теорії нечітких множин для узагальнення факторів різної природи до управляючих параметрів динамічної моделі функціонування і розвитку регіону та їхньої інтерпретації за результатами моделювання й отримання фазових портретів, що відображають еволюцію подій із плином часу.
Ключові слова: економіка регіону, нелінійна динаміка, математичні моделі, обчислювальний експеримент в економіці, стратегія, експертна система, теорія нечітких множин.

Постановка проблеми. За допомогою комп'ютерних технологій провести якісне і кількісне дослідження розглянутих у статті математичних моделей та їх числових параметрів, змінюючи стартові умови. На базі комп'ютерного моделювання відшукати закономірності функціонування регіону як економічного об'єкта в ринковій економіці.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Обґрунтованість стратегії економічного розвитку регіону повністю залежить від точності інформаційного відображення соціально-економічних процесів. Економіка регіону, як і будь-яка складна динамічна система, розвивається і функціонує в умовах невизначеності [2, с. 44], яка зумовлена як впливом занадто великої кількості різноманітних факторів у будь-який момент часу, так і неточністю інформації щодо параметрів регіональних процесів. У результаті трансформаційних процесів відбувається перехід економіки регіону з одного нерівноважного стану в інший, що ще більше посилює невизначеність прогнозування поведінки системи та зовнішнього середовища під час прийняття управлінських рішень. Ці обставини визначають актуальність даного напряму досліджень та необхідність розроблення нового і вдосконалення наявного інструментарію системного аналізу стану і динаміки розвитку регіонів.

На жаль, проблеми належного функціонування регіону як динамічної економічної системи досліджуються не в багатьох працях. У працях, які можна пов'язати з економікою регіону, розглянуто переважно фірми [1; 3; 4; 6; 10], тому актуальним є вивчення процесів розвитку регіону як економічного об'єкта (ЕО).

Основним економічним трактатом, де розглядається більшість ідей щодо природи ЕО, що увійшли в основу трансакційної теорії вертикальної інтеграції, є праця [9]. Викладений у цій роботі підхід, що розглядає ЕО (в авторській інтерпретації – фірми) як структуру управління та орієнтований на з'ясування сутності економічних витрат, зручний і корисний із погляду наукової абстракції. Автор приділяє особливу увагу організаційним нововведенням і для оцінки альтернативних управлінських рішень покладається не на граничний, а на порівняльний інституціональний аналіз. На жаль, ця теорія не підкріплена жодною математичною моделлю, яка могла б довести запропоновані в роботі висновки і провести їх економічну перевірку.

У праці [6] одним із найважливіших прикладних напрямів для опису динаміки розвитку ЕО є побудова математичних моделей (ММ) та його економіко-математичне моделювання. У ній розглянуто широкий спектр таких моделей, при цьому опис моделей доведено до такого рівня, що досвідчений спеціаліст у галузі економіко-математичного моделювання за необхідністю може самостійно розробити конкретну ММ з урахуванням того, що економічна діяльність характеризується чисельними і, як правило, *протилежними інтересами*.

Таким чином, в аналізованих працях розглянуто основні моменти регулювання ЕО, проте все це погано вербалізовано, тобто в них детально не описано, які при цьому використовуються математичні моделі, підтверджені відповідними обчислювальними експериментами.